

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0295

基于应变软化的多阶边坡稳定分析

邓 琴¹, 汤 华¹, 王东英^{1,2}, 秦雨樵^{1,2}, 吴振君¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 多阶边坡除了最危险滑面需要关注, 每级台阶的潜在滑面及其他不满足规范要求的滑面亦需要得到重视。以双台阶边坡和复杂多台阶边坡为例, 基于应变软化理论, 利用 FLAC^{3D} 软件分析边坡的剪应变发展规律, 根据剪应变的集中带获取边坡的多个潜在滑面。分析滑面的剪入、剪出和滑面中部点的强度参数变化规律, 并结合矢量和法分析滑面在应变软化过程中安全系数的演化规律。研究表明: 采用该方法可获取边坡的最危险滑面及次级滑动面; 随着软化的发展, 滑面上点的强度参数从峰值强度逐渐降低至残余强度, 然而演化的速度不同; 随着应变软化过程的发展, 所有滑面的安全系数均逐渐降低, 最后趋于一个定值。

关 键 词: 多级边坡; 应变软化; 矢量和法

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018)11-4109-08

Bench-shape slope stability analysis based on strain softening model

DENG Qin¹, TANG Hua¹, WANG Dong-ying^{1,2}, QIN Yu-qiao^{1,2}, WU Zhen-jun¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In addition to the critical slip surface, the potential slip surface of each step and other slip surfaces which do not meet the specification requirements of bench-shape slope also need to be considered. Based on strain softening theory, the development of shear strain in bench-shape slope is simulated by FLAC^{3D}, and the multi-slip surfaces have been obtained. Meanwhile, the strength parameters and evolution of safety factor of slip surface in strain softening process have been analyzed by using vector sum method. Examples of double-step slope and complex multi-step slope show that: the critical and secondary slip surfaces can be obtained; the strength parameters in the slip surfaces gradually change from peak strength to residual strength as the strain softening progresses. However, the speed is different. With the development of strain softening process, the safety factor of all slip surfaces reduces gradually, and finally tends to a constant value.

Keywords: bench-shape slope; strain softening model; vector sum method

1 引 言

随着我国国民经济建设的发展和西部大开发战略的实施, 高速公路的建设正如火如荼。多阶边坡是高速公路建设为保持边坡稳定而经常采用的一种边坡形式。与自然边坡和单台阶边坡相比, 从形态来说, 多阶边坡的坡高较大, 且具有较长的走向, 在形态上呈现出一定的规则性^[1]; 从稳定性方面来说, 多阶边坡除了需要关注整体稳定性, 每级台阶的稳定性都需要受到关注, 这就涉及边坡最危险滑

面和次级滑动面的搜索。边坡最危险滑动面的获取已经得到广泛的研究, 其中以极限平衡法^[2]和强度折减法^[3]最为广泛。极限平衡法需要事先假定滑面的形状才可进行潜在滑面的搜索及其安全系数的计算。根据条间力的不同假定, 可分为瑞典圆弧法、Bishop 法^[4], Spencer 法^[5]等。强度折减的概念是由 Zienkiewicz 于 1975 年在土工弹塑性有限元数值分析一文中首次提出^[3], 随后, 学者对其开展了大量的探索和创新, 包括考虑双参数的强度折减^[6]、动态强度折减^[7]、变模量强度折减^[8]、强度折减安全

收稿日期: 2017-02-23

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51608518, No. 41202226); 云南省交通运输厅科技项目 (云交科教[2016]163号一 (三)); 陆地交通气象灾害防治技术国家工程实验室开放基金 (No. NELBP201601)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51608518), the Science and Technology Projects of the Transportation Department of Yunnan Province ([2016]163 1(3)), and the Fund for National Engineering Laboratory for Surface Transportation Weather Impacts Prevention (NELBP201601).

第一作者简介: 邓琴, 女, 1983 年生, 博士, 助理研究员, 主要从事工程岩体稳定性分析方面的研究工作。E-mail: dengqin_x@163.com

系数的取值^[9]和局部强度折减法^[10]等。由于强度折减法不需要事先做任何假定,因此一些学者尝试采用此法进行次级滑动面的搜索。Cala 等^[11]充分利用有限差分软件 FLAC^{3D} 计算大变形、非线性的优势,采用强度折减法计算边坡的多滑面。该方法需要手工调整计算步数,且需耗费大量的时间;刘明维等^[12]通过约束潜在滑面的剪出口方式,采用有限元的强度折减进行潜在多滑面的搜索,然而所选算例是针对有确定滑带的边坡,未知滑带的边坡计算效果如何并未进行分析探讨;Lin 等^[13]通过调整弹性区的范围来得到边坡的多个潜在滑动面,该方法只是针对简单边坡进行了分析,未用到多级边坡的滑面确定;杨建成等^[14]采用有限元软件,对多级边坡进行逐层的潜在滑面搜索,并对已搜索滑面所在单元和不计算的土层考虑为弹性,其他层采用真实参数进行,直至计算到最后一层区域;李小春等^[15]通过定义单元安全系数的概念,对各个单元集合的强度参数进行折减计算来得到边坡不同安全系数的滑面;闫超等^[16]假定剪切带沿着对数螺旋曲线分析,采用局部强度折减法进行边坡次级滑动面的搜索;肖锐铨^[17]、薛雷^[18]等考虑岩土体多次局部强度折减,可得到边坡不同深度、不同岩层控制的多级潜在滑动面。然而,强度折减法的折减参数、折减范围和折减方式一直未得到一致的看法,且计算次级滑动面的过程非常巨大且繁琐。另外, Li 等^[19-20]开展了边坡可靠度的多响应面分析,基于极限平衡和蒙特卡洛技术的方法来进行边坡多滑面的研究,拓宽了边坡多级滑动面的搜索技术。

边坡在形成过程中经历了构造应力、风化剥蚀、雨水冲刷以及开挖等作用,坡体材料性质复杂。在实际边坡中多数岩土材料表现出应变软化或强度弱化的特性^[21]。因此,本文基于应变软化的理论,采用大型商业软件 FLAC^{3D} 进行多阶边坡临界滑面和次级滑面的搜索,并根据矢量和法开展滑面的稳定性系数变化规律研究。

2 多阶边坡稳定性分析理论

2.1 基于应变软化的边坡潜在滑面搜索理论

岩土材料应变软化特征的概念由 Terzaghi 等^[22]最早提出,是指材料受到外载荷作用时,当应力达到强度极限后,随着变形的继续增加,材料性能开始劣化,其强度值开始下降,直至达到残余值。本次计算采用大型商业软件 FLAC^{3D} 进行分析^[23],采用应变软化本构模型,其实质是将 Mohr-Coulomb 屈服准则中的强度参数与软化参数建立关系,使之

能反映材料强度参数随屈服过程的发展而软化^[24]。在规定拉正压负,且 $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3$ (σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别为最大,中间和最小主应力)条件下,其剪切(f_s)和拉伸(f_t)屈服准则为

$$\left. \begin{aligned} f_s &= \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} \\ f_t &= \sigma_3 - \sigma^t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: f_s 、 f_t 分别为剪切应力、拉伸应力; $N_\phi = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$; c 、 ϕ 和 σ^t 分别为材料的黏聚力、内摩擦角和抗拉强度,且随着软化参数(这里选取塑性剪应变 κ^s 和拉应变 κ^t)的变化而发生改变。本文仅考虑受剪切破坏,软化参数即塑性剪应变 κ^s 的增量为

$$\Delta \kappa^s = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta \varepsilon_1^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2 + (\Delta \varepsilon_m^{ps})^2 + (\Delta \varepsilon_3^{ps} - \Delta \varepsilon_m^{ps})^2} \quad (2)$$

式中: $\Delta \varepsilon_1^{ps}$ 、 $\Delta \varepsilon_3^{ps}$ 和 $\Delta \varepsilon_m^{ps}$ 分别为最大、最小剪应变增量和体积剪应变增量。为了简单起见,强度参数的演化选用两段线性软化关系,如图 1 所示,其数学表达式为

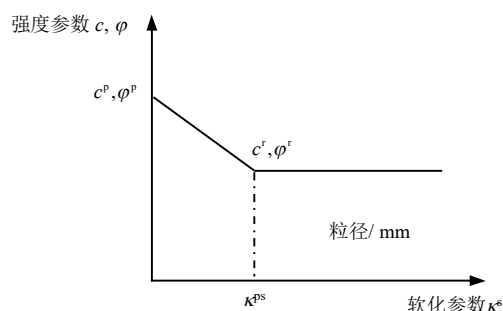


图 1 强度参数的演化规律

Fig.1 Evolution of strength parameters

$$c = \begin{cases} c^p - \frac{\kappa}{\kappa^{ps}}(c^p - c^r), & \kappa \leq \kappa^{ps} \\ c^r, & \kappa > \kappa^{ps} \end{cases} \quad (3)$$

$$\phi = \begin{cases} \phi^p - \frac{\kappa}{\kappa^{ps}}(\phi^p - \phi^r), & \kappa \leq \kappa^{ps} \\ \phi^r, & \kappa > \kappa^{ps} \end{cases} \quad (4)$$

式中: c^p 和 ϕ^p 分别为黏聚力、内摩擦角峰值强度; c^r 和 ϕ^r 分别为黏聚力、内摩擦角残余强度; κ^{ps} 为残余时刻的塑性剪应变阈值。

2.2 基于应变软化的边坡矢量和安全系数求解

矢量和法^[25]是由葛修润院士于 1983 年提出,经过科研团队不断的完善与创新,目前可以考虑自

然状态、降雨和地震等因素对边坡稳定性的影响。矢量和法安全系数为潜在滑动面上所能提供的极限抗滑合力矢与作用在潜在滑动面上、下滑合力矢分别在整体下滑趋势方向上投影的比值,其核心问题就是边坡体真实应力状态和滑体的整体下滑趋势方向(如图 2 所示)的确定^[26]。安全系数 K 表达式为

$$K = \frac{\int_s (\sigma'_s(-\hat{d}))ds}{\int_s (\sigma_s \hat{d})ds} \quad (5)$$

式(5)中,各参数含义和求解可具体参考文献[27]。 σ'_s 为抗滑力矢量,其中包含了强度参数对其的贡献。由于在计算过程中考虑了材料的软化特性,即强度参数随着应变的增加从峰值强度开始降低,因此,采用矢量和法计算的安全系数是随着应变软化过程发生变化的。

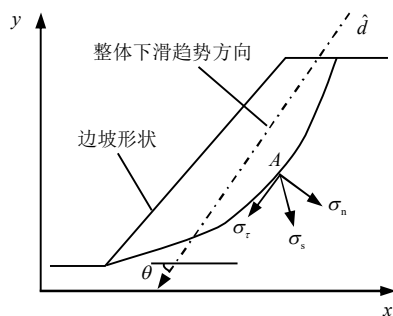


图 2 矢量和法安全系数求解示意图
Fig.2 Solution of safety factor based on vector sum method

2.3 计算步骤

应变软化的多阶边坡稳定分析的具体步骤如下:

(1) 根据实际边坡情况进行数值仿真模型的建立,开展基于 Mohr-Coulomb 准则的弹塑性分析,获取边坡内部的应力状态。

(2) 在上述模型的基础上,将弹塑性模型替换为应变软化本构模型,岩土体的强度参数(包括黏聚力和内摩擦角)按照两段线性软化规律进行赋值(按照式(3)和式(4))进行分析计算。计算过程中观察模型的剪应变扩展情况,直至其云图变化微小,终止计算。

(3) 根据边坡内部剪应变增量分布图,采用搜索最大剪应变^[28]及追踪剪应变扩展趋势的方法来获取边坡的多个滑面。

(4) 根据步骤(1)的分析过程,获取滑面上各点的应力状态,根据步骤(2)的分析获取滑面的演化强度参数,并根据矢量和安全系数的定义分析多

滑面的安全系数演化规律。

3 算例验证

3.1 双台阶边坡

考虑一规则的双台阶边坡,其几何尺寸如图 3 所示^[15],力学参数如表 1 所示。

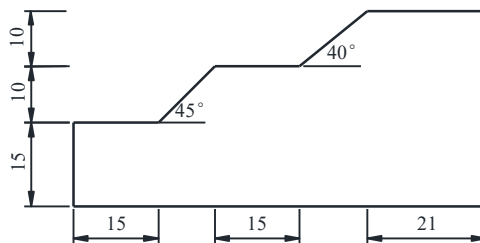


图 3 双台阶边坡几何尺寸(单位: m)
Fig.3 Geometry size of double step slope (unit: m)

表 1 岩土力学参数表
Table 1 Material parameters

重度 (kN/m ³)	弹性 模量 / MPa	泊松比	黏聚力/ kPa		内摩擦角/(°)		软化 参数
			峰值	残余值	峰值	残余值	
20	10.2	0.35	11	5	23	13	0.005

计算分析共划分 15 370 个节点、7 550 个单元。边界条件为底边固定,两侧法向约束。在地应力平衡后,采用上述的应变软化模型进行分析,得到边坡的剪应变发展过程如图 4 所示。

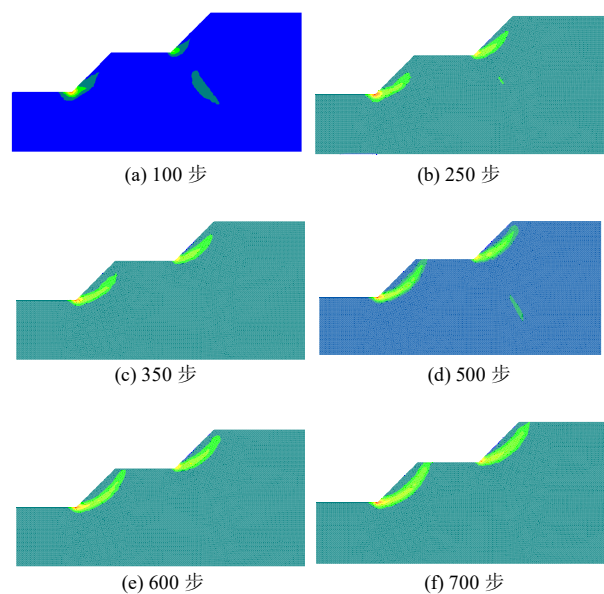


图 4 边坡剪应变发展过程图
Fig.4 Progressive evolution of shear strain

从图中可以看出,首先双台阶边坡的坡角出现剪应变集中,然后逐渐朝边坡内部发展,最终下台

阶出现贯通的剪应变集中带,上台阶的剪应变集中区域继续发展,直至贯通坡表。最终两个滑带的分布情况如图 4(f)所示,其相应的滑面如图 5 所示。

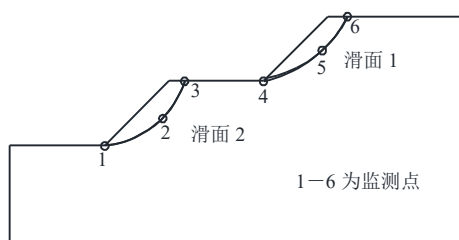


图 5 双台阶边坡的滑面示意图
Fig.5 Slip surfaces for two-stage slope

选取潜在滑面的剪入、剪出和中部点(如图 5 所示)为对象,分析软化过程中其强度参数的演化过程,如图 6 所示。从图中可以看出:滑面上任意一点的强度参数随着软化过程的进行,经历了从峰值强度演化到残余强度的过程。两个滑面的剪入、剪出点演化过程差异很小,但滑面中部监测点的演化速度存在明显的时间差。

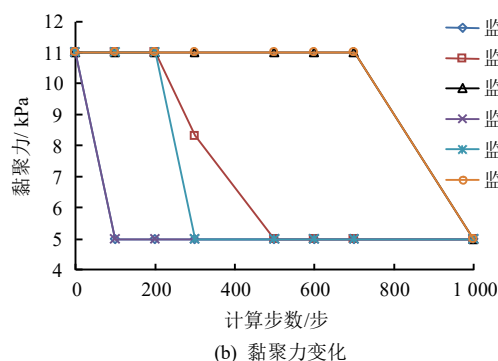
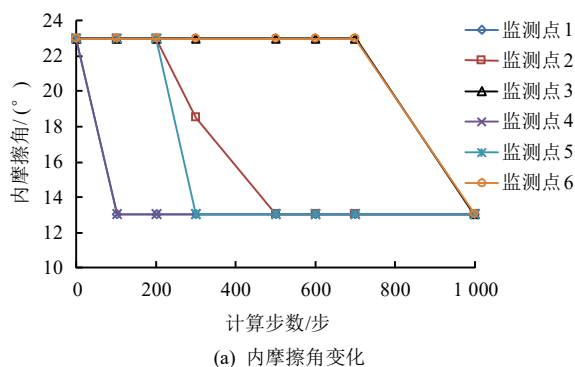


图 6 强度参数演化过程
Fig.6 Progressive evolution of shear strength

2 个滑动面对应的矢量和安全系数变化过程如图 7 所示。可以看出:①随着计算步数的增加,滑面的强度参数逐渐降低,滑面的安全系数逐渐减小,直到整个滑面上强度参数趋于残余强度时,安全系

数也随之稳定。②滑面 2 的安全系数始终比滑面 1 的安全系数小。因此,滑面 2 可以说是该边坡的最危险滑面。

3.2 复杂多台阶边坡

考虑一复杂多台阶边坡^[29],其几何尺寸如图 8 所示。力学参数如表 2 所示。

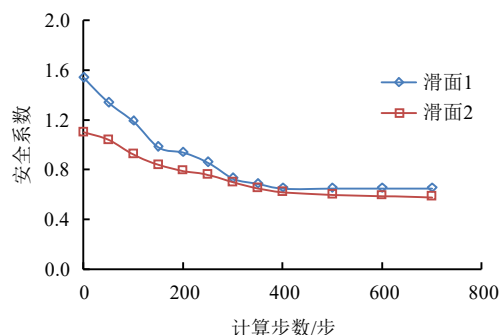


图 7 双滑面安全系数变化过程曲线
Fig.7 Curves of safety factors of two slip surfaces

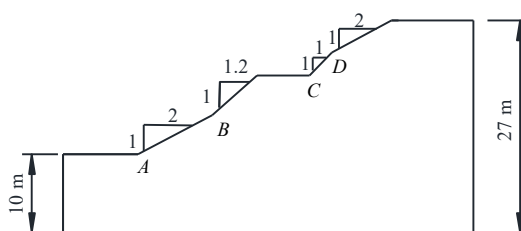


图 8 复杂边坡示意图(单位: m)
Fig.8 Geometry of complex slope (unit: m)

表 2 岩土力学参数表
Table 2 Material parameters

重度 (kN/m ³)	弹性 模量 /MPa	泊松比	黏聚力/kPa		内摩擦角/(°)		软化 参数
			峰值	残余值	峰值	残余值	
20	14	0.3	4	1	25	15	0.01

计算分析共划分 8 762 个节点、4 284 个单元。边界条件和计算分析过程和上述算例一样,得到边坡的剪应变发展过程如图 9 所示。

从图中可以看出,该复杂边坡首先在 3 个坡脚点(图 8 的 A、B 和 C 点)及边坡内部出现剪应变集中区域,随着计算步数的增加,点 B 和 C 的剪应变增量很大,集中区域向坡表发展,最终贯通形成剪应变集中带 1 和 2。同时点 A 的剪应变增加,并向坡内发展,最终形成另外一条剪应变集中带;随着应变软化的继续演化,点 A 又出现了一条剪应变集中带 3,并向边坡深部发展,同时在坡顶也出现一条剪应变集中带向边坡内部发展,二者最终在边坡中部连通,形成剪应变集中带 4。根据剪应变集

中带获取相应的滑面, 如图 9 所示。采用本文方法获得的滑动面和文献[30]获取的滑面个数和位置基本一致, 说明本文方法的有效性。

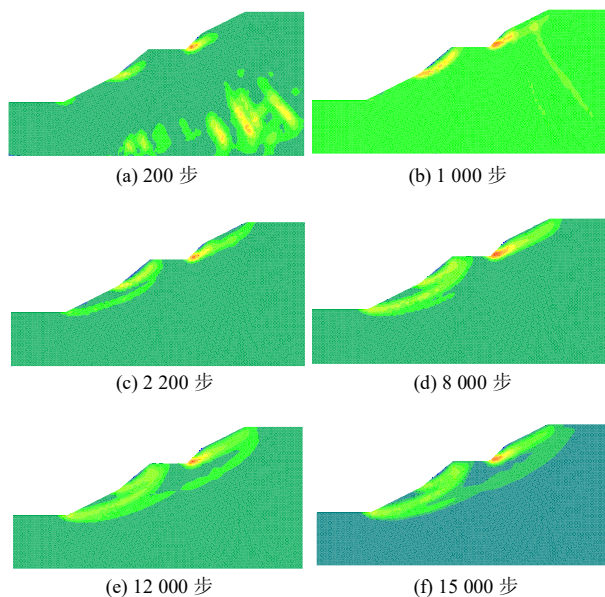


图 9 边坡剪应变发展过程图

Fig.9 Progressive evolution of plastic shear strain

选取潜在滑面的剪入、剪出和中部点为对象, 分析软化过程中其强度参数的演化过程, 如图 10 所示。从图中可以看出: ① 滑面上任意一点的强度参数随着软化过程的进行, 经历了从峰值强度演化到残余强度的过程; ② 4 个滑面的剪出点按照强度参数降低到残余强度的顺序为: 监测点 4、监测点 6、监测点 10 和监测点 11; ③ 滑面的中部监测点里, 监测点 8 的强度参数在初始计算步一直未软化, 直到 4 000 步时开始劣化到残余强度。这与前面剪应变发展过程的结果吻合。

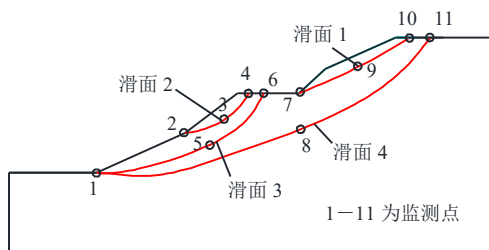


图 10 复杂边坡的滑面示意图

Fig.10 Slip surfaces for complex slope

4 个滑动面对应的矢量和安全系数变化过程如表 3 和图 11 所示, 强度参数的演化过程如图 12 所示。可以看出: ① 4 个滑面的安全系数随着计算步数的增加均减小, 直至趋于一个固定值。② 从表 3

可以看出, 随着计算步数的增加 (计算步数小于 500), 滑面 1 和 2 的安全系数急剧下降, 但是滑面 3 和 4 基本不变。这是由于滑面 1 和 2 穿过的岩土体强度参数已经软化, 而滑面 3 和 4 穿过的岩土体强度参数还未软化; 随着计算步数的进一步增加 (计算步数大于 500), 滑面 1 和 2 穿越的岩土体的强度参数软化至残余强度, 其安全系数保持定值。滑面 3 和 4 穿越的岩土体的强度参数开始出现软化, 其安全系数逐步降低, 直至参数软化至残余值, 安全系数不发生变化。

表 3 多滑面安全系数变化情况

Table 3 Material parameters

计算步数	滑面安全系数			
	滑面 1	滑面 2	滑面 3	滑面 4
0	1.23	1.13	1.17	1.25
200	0.99	0.87	1.17	1.25
300	0.84	0.77	1.17	1.25
500	0.67	0.52	1.17	1.22
1000	0.57	0.50	0.87	1.17
1500	0.57	0.50	0.59	1.15
2000	0.57	0.50	0.54	1.10
2200	0.57	0.50	0.54	1.07
2500	0.57	0.50	0.54	0.97
3000	0.57	0.50	0.54	0.97
3500	0.57	0.50	0.54	0.87
4000	0.57	0.50	0.54	0.84
8000	0.57	0.50	0.54	0.72
9000	0.57	0.50	0.54	0.72
10000	0.57	0.50	0.54	0.72
12000	0.57	0.50	0.54	0.70
18000	0.57	0.50	0.54	0.70
20000	0.57	0.50	0.54	0.70

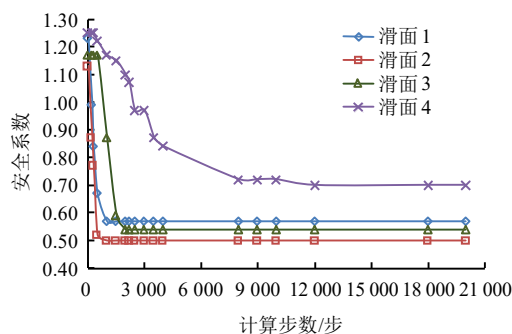


图 11 多滑面安全系数变化过程曲线

Fig.11 Curves of safety factors of multi-slip surfaces

4 讨论

实际工程中, 如某条高速公路某处的隧道进口处仰坡包含 3 个台阶 (见图 13) [15], 且隧道进口位于最低级台阶处。由于连续降雨, 地表位移较大, 第 1、2 级台阶处出现多条张拉裂缝, 第 3 级台阶处的裂缝不明显。这说明, 在工程治理时, 每级台阶

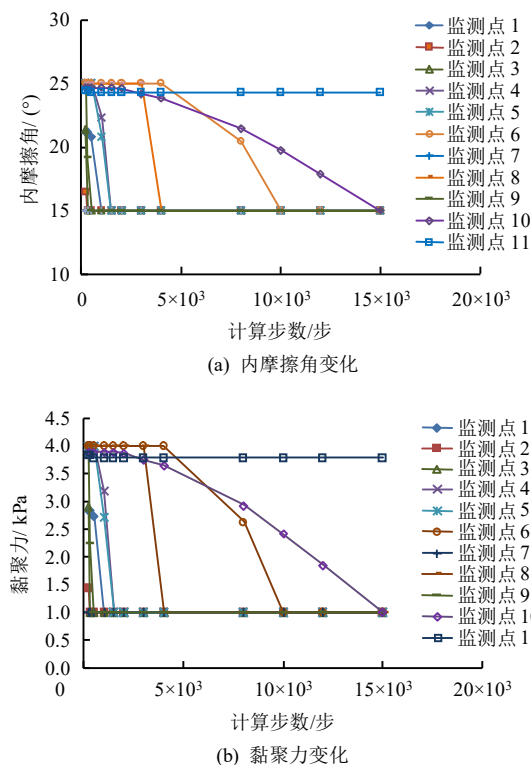
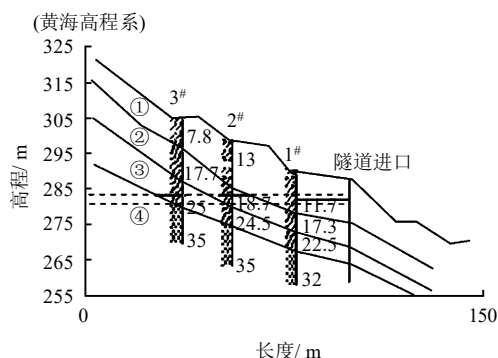


图 12 强度参数演化过程

Fig.12 Progressive evolution of shear strength

均需得到采取工程措施进行加固,才可保证仰坡的稳定。

另一工程实例是维德 2 级公路 K194+400~K194+820,边坡是松散层边坡,坡体主要为坡积碎石土夹块石。边坡由已发生局部滑移或者整体滑移的边坡群组成,如图 14 所示。边坡发生滑移后,滑坡后缘附近发生多个裂缝,后壁之外 20~40 m 范围内发展有多道横向裂缝,在当前坡体后缘之上 300~400 m 范围内的坡面均发现不同程度的横向裂缝,这些均表明前期滑移破坏形成的临空面使得坡体存在许多潜在破坏面。



注: ① Q_4^{dl} 为碎石土, ② 为 Pt2wd 强风化片岩, ③ 为 Pt2wd 中风化片岩, ④ 为 $\beta\mu$ 中风化辉绿岩。

图 13 钻孔、隧道、地面线和地层分界线示意图^[14]Fig.13 Relative position of drills, tunnel, ground surface and division lines of strata^[14]

上述两个工程实例说明,实际边坡是存在大量的次级滑动面的,且需要进行工程处理才可保证工程的顺利运营。采用基于应变软化理论的有限差分法 (FLAC^{3D}) 进行边坡的稳定性计算可以获取边坡的最危险滑面及次级滑动面,为工程的加固处理提供指导性的建议。



图 14 K194+440~K194+820 处特大型滑坡

Fig.14 Super-huge landslide of K194+440~K194+820

5 结 论

(1) 基于应变软化理论,利用有限差分软件 FLAC^{3D} 计算边坡稳定性,根据剪应变增量集中带可获取边坡的多级滑动面。

(2) 根据有限差分软件 FLAC^{3D} 的计算分析,可获取边坡多级滑动面的强度参数演化规律,即随着应变软化过程的演化,边坡内部强度参数逐渐从峰值强度降到残余强度。

(3) 根据矢量和法安全系数的定义,结合搜索到的滑面和强度参数演化规律,可开展潜在滑面的安全系数演化规律研究。

参 考 文 献

- [1] 杨逾,郭锐.多台阶岩质边坡的稳定性分析及加固效应[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2016,35(6):607-612.
YANG Yu, GUO Rui. Stability of multi-level rock slope and the reinforcement effect[J]. *Journal of Liaoning Technical University (Natural Science)*, 2016, 35(6): 607-612.
- [2] 陈祖煜.土质边坡稳定性分析-原理、方法、程序[M].北京:中国水利水电出版社,2003.
CHEN Zu-yu. Soil slope stability analysis—theory, methods and programs[M]. Beijing: China Water &

- Power Press, 2005.
- [3] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. **Géotechnique**, 1975, 25(4): 671—689.
- [4] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. **Géotechnique**, 1955, 5(1): 7—17.
- [5] SPENCER E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces[J]. **Géotechnique**, 1967, 17(1): 11—26.
- [6] 唐芬, 郑颖人. 边坡稳定安全储备的双折减系数推导[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2007, 26(4): 95—100.
- TANG Fen, ZHENG Ying-ren. Analysis on safety reserve of slope with two strength reduction factor[J]. **Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science)**, 2007, 26(4): 95—100.
- [7] 陈国庆, 黄润秋, 石豫川, 等. 基于动态和整体强度折减法的边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(2): 243—256.
- CHEN Guo-qing, HUANG Run-qiu, SHI Yu-chuan, et al. Stability analysis of slope based on dynamic and whole strength reduction methods[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(2): 243—256.
- [8] 杨光华, 张玉成, 张有祥. 变模量弹塑性强度折减法及其在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(7): 1506—152.
- YANG Guang-hua, ZHANG Yu-cheng, ZHANG You-xiang. Variable modulus elastoplastic strength reduction method and its application to slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(7): 1506—1512.
- [9] 唐芬, 郑颖人, 赵尚毅. 土坡渐进破坏的双安全系数讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1402—1407.
- TANG Fen, ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Discussion on two safety factors for progressive failure of soil slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(7): 1402—1407.
- [10] 杨光华, 钟志辉, 张玉成, 等. 用局部强度折减法进行边坡稳定性分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(增刊 2): 53—58.
- YANG Guang-hua, ZHONG Zhi-hui, ZHANG Yu-cheng, et al. Slope stability analysis by local strength reduction method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(Supp.2): 53—58.
- [11] CALA M, FLISIAK J, TAJDUS A. Slope stability analysis with modified shear strength reduction technique[C]//Proceedings of the Ninth International Symposium on Landslides: Evaluation and Stabilization. Rio de Janeiro, Brazil: [s. n.], 2004.
- [12] 刘明维, 郑颖人. 基于有限元强度折减法确定滑坡多滑动面方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(8): 1544—1549.
- LIU Ming-wei, ZHENG Ying-ren. Determination method of multi-slip surfaces landslide based on strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2006, 25(8): 1544—1549.
- [13] LIN H, CAO P, GONG F. Directly searching method for slip plane and its influential factors based on critical state of slope[J]. **Journal of Central South University of Technology**, 2009, 16(1): 131—135.
- [14] 杨建成, 邓琴. 基于局部强度折减法的多级边坡潜在滑动面分析[J]. 公路, 2016, 12: 19—23.
- YANG Jian-cheng, DENG Qin. Analysis of multi-stage slope potential sliding surface based on local strength reduction method[J]. **Highway**, 2016, 12: 19—23.
- [15] 李小春, 袁维, 白冰, 等. 基于局部强度折减法的边坡多滑面分析方法及应用研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 847—854.
- LI Xiao-chun, YUAN Wei, BAI Bing, et al. Analysis approach of slope multi-slip surfaces based on local strength reduction method and its application[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(3): 847—854.
- [16] 闫超, 刘松玉, 籍晓蕾. 一种基于强度折减法的次级滑动面分析方法研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(4): 935—942.
- YAN Chao, LIU Song-yu, JI Xiao-lei. Research on a secondary sliding surface analysis approach based on strength reduction method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(4): 935—942.
- [17] 肖锐铨, 王思敬, 贺小黑, 等. 非均质边坡多级稳定性

- 分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 1062—1068.
- XIAO Rui-hua, WANG Si-jing, HE Xiao-hei, et al. Multi-level stability analysis of inhomogeneous slopes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(6): 1062—1068.
- [18] 薛雷, 孙强, 秦四清, 等. 非均质边坡强度折减法折减范围研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(2): 275—280.
- XUE Lei, SUN Qiang, QIN Si-qing, et al. Scope of strength reduction for inhomogeneous slopes[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(2): 275—280.
- [19] LI LIANG, CHU XUESONG. Multiple response surfaces for slope reliability analysis[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2015, 39(2): 175—192.
- [20] LI LIANG, CHU XUESONG. Locating the multiple failure surfaces for slope stability using Monte-Carlo technique[J]. **Geotechnical and Geological Engineering**, 2016, 34(5): 1475—1486.
- [21] LOCAT ARIANE, LEROUÉIL SERGE, BERNANDER STIG, et al. Progressive failures in eastern Canadian and Scandinavian sensitive clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2011, 48(11): 1696—1712.
- [22] TERZAGHI K, PECKR B. Soil mechanism engineering practice[M]. New York: Wiley & Sons, 1948.
- [23] Itasca Consulting Group, Inc. FLAC^{3D}: Fast Lagrangian analysis of continua in 3 dimensions theory and background[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group Inc., 2005.
- [24] 沈华章, 王水林, 郭明伟, 等. 应变软化边坡渐进破坏及其稳定性初步研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(1): 175—184.
- SHEN Hua-zhang, WANG Shui-lin, GUO Ming-wei, et al. A preliminary study of the progressive failure and stability of slope with strain-softening behaviour[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2016, 37(1): 175—184.
- [25] GE X R, LI J, GE X R. Analysis of stability against sliding of a gravity dam by means of microcomputer[C]// Proceedings of International Conference on Education, Practice and Promotion of Computational Methods in Engineering Using Small Computers. Guangzhou: [s. n.], 1987.
- [26] 郭明伟. 边坡与坝基抗滑稳定矢量和分析法的研究及工程应用[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2010.
- GUO Ming-wei. Study on the vector sum analysis method of slope and dam foundation stability against sliding and its engineering application[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2010.
- [27] 郭明伟, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量和方法的边坡稳定性分析中整体下滑趋势方向的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 577—583.
- GUO Ming-wei, GE Xiu-run, LI Chun-guang. Study on potential sliding direction in slope stability analysis based on vector sum method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(4): 577—583.
- [28] 李剑, 陈善雄, 余飞. 基于最大剪应变增量的边坡潜在滑动面搜索[J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 1): 371—378.
- LI Jian, CHEN Shan-xiong, YU Fei. A method for searching potential failure surface of slope based on maximum shear strain increment[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(Supp.1): 371—378.
- [29] CHENG Y M, LANSIVAARA T, WEI W B. Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods[J]. **Computers and Geotechnics**, 2007, 34(3): 137—150.
- [30] LIU S Y, SHAO L T, LI H J. Slope stability analysis using the limit equilibrium method and two finite element methods[J]. **Computers and Geotechnics**, 2015, 63: 291—298.